

9 Wachstumsprozesse

Lineares Wachstum darstellen und berechnen, Seite 73

- 1 (1) Anfangswert $c = 380 \text{ €}$; $a = 75 \text{ €}$; $n = 9$
 (2) $a_n = c + a \cdot n$ (3) $a_9 = 380 + 75 \cdot 9$ (4) $a_9 = 1055 \text{ €}$

- 2 a) (1) Anfangswert $c = 80 \text{ €}$; $a = 0,4 \text{ €}$; $n = 750$
 (2) $a_n = c + a \cdot n$ (3) $a_{750} = 80 + 0,4 \cdot 750$
 (4) $a_{750} = 380 \text{ €}$
 b) (3) $a_{1500} = 80 + 0,4 \cdot 1500$
 (4) $a_{1500} = 680 \text{ €}$

- 3 a) (1) Anfangswert $c = 1200 \text{ €}$; $a = -85 \text{ €}$; $n = 4$
 (2) $a_n = c + a \cdot n$ (3) $a_4 = 1200 + (-85) \cdot 4$
 (4) $a_4 = 860 \text{ €}$
 b) (3) $a_8 = 1200 + (-85) \cdot 8$
 (4) $a_8 = 520 \text{ €}$

- 1.1 a) 889,00 € b) 1717,00 €

- 2.1 a) 190,00 € b) 287,65 €
 c) 417,15 € d) 645,00 €

- 2.2 a) 120,00 € b) 287,40 €
 c) 509,40 € d) 900,00 €

- 3.1 a) 1886,40 € b) 1244,40 €
 c) 859,20 €

- 4 a) 0,904 m b) 1,129 m c) 2,329 m

- 5 a) 19,75 t b) 2,5 t
 c) Für 50 Tage bräuchte man 37,5 t. Das Futter reicht nur 30 Tage.

- 6 a) 1,90 € b) 20,35 € c) 3,34 €
 d) 3,70 € e) 24,04 €

Exponentielles Wachstum darstellen und berechnen: Zunahme, Seite 74

- 1 (1) $c = 0,150 \text{ kg}$; $a = 2$; $n = 4$
 (2) $a_n = c \cdot a^n$ (3) $a_4 = 0,150 \cdot 2^4$ (4) $a_4 = 2,4 \text{ kg}$

- 2 (1) $c = 600 \text{ €}$; $a = 1,03$; $n = 5$
 (2) $a_n = c \cdot a^n$ (3) $a_5 = 600 \cdot 1,03^5$ (4) $a_5 \approx 696 \text{ €}$

- 3 (1) $c = 280 \text{ €}$; $a = 1,04$; $n = 9$
 (2) $a_n = c \cdot a^n$ (3) $a_9 = 280 \cdot 1,04^9$ (4) $a_9 \approx 398,53 \text{ €}$

- 4 a)

Jahr	1990	2000	2010	2020	2030
Bevölkerungszahl	5,2 Mrd.	6,24 Mrd.	$\approx 7,49 \text{ Mrd.}$	$\approx 8,99 \text{ Mrd.}$	$\approx 10,78 \text{ Mrd.}$

- b) Im Jahr 2030

- 1.1 a) 0,960 kg b) 1,92 kg
 c) 3,84 kg d) 7,68 kg

- 2.1 a) 336,00 € b) 513,00 €

- 3.1 a) nach 3 Jahren: 166,31 €
 b) nach 5 Jahren: 178,15 €

- 4.1 $\approx 67000 \text{ m}^3$

- 4.2 a) Der Bestand hat sich nach 8 Jahren mehr als verdoppelt: 5144613 Lkws.
 b) Nach der Schätzung hätte es im Jahr 2005 insgesamt 4251746 Lkws geben sollen, es waren aber viel weniger.

- 5 Nach 5 Wochen ist die Alge 10,80 m lang.

Exponentielles Wachstum darstellen und berechnen: Abnahme, Seite 75

- 1 (1) $c = 25000 \text{ €}$; $a = 0,8$; $n = 5$
 (2) $a_n = c \cdot a^n$ (3) $a_5 = 25000 \cdot 0,8^5$ (4) $a_5 \approx 8192 \text{ €}$

- 2 (1) $c = 5000 \text{ Lux}$; $a = 0,6$; $n = 4$
 (2) $a_n = c \cdot a^n$ (3) $a_4 = 5000 \cdot 0,6^4$ (4) $a_4 \approx 648 \text{ Lux}$

- 3 (1) $c = 100 \text{ °C}$; $a = 0,95$; $n = 20$
 (2) $a_n = c \cdot a^n$ (3) $a_{20} = 100 \cdot 0,95^{20}$ (4) $a_{20} \approx 36 \text{ °C}$

- 4

Anzahl der Tage	0	1	2	3	4	5
Jodmasse in mg	5,00	$\approx 4,60$	$\approx 4,23$	$\approx 3,89$	$\approx 3,58$	$\approx 3,30$

- 1.1 a) Nach 3 Jahren beträgt der Zeitwert $\approx 210000 \text{ €}$.
 b) Nach 5 Jahren beträgt der Zeitwert $\approx 120000 \text{ €}$.

- 1.2 Der Wert des Laptops beträgt nach 3 Jahren 324 €.

- 2.1 a) $\approx 84 \text{ Lux}$ b) $\approx 30 \text{ Lux}$ c) $\approx 0,2 \text{ Lux}$

- 3.1 a) $59,9 \text{ °C}$ b) $21,5 \text{ °C}$ c) 4 °C
 Allerdings sinkt die Wassertemperatur nicht unter die Zimmertemperatur.

- 4.1 a)

Anzahl der Tage	6	7	8	9	10
Jodmasse in mg	3,03	2,79	2,57	2,36	2,17

- b) nach ca. 8 Tagen

- 4.2 a) nach 10 Tagen: 6,95 mg
 b) nach 15 Tagen: 4,58 mg
 c) nach 20 Tagen: 3,02 mg

- 4.3 a)

Anzahl der Jahre	10	20	30	40	50
Masse in mg	77,63	60,27	46,79	36,32	28,20

- b) nach ca. 50 Jahren (54 Jahren 9 Monaten)

Zinseszinsen berechnen, Seite 76

- 1 (1) $K = 15000 \text{ €}$; $p\% = 3\%$; $q = 1,03$; $n = 5$
 (2) $K_n = K_0 \cdot q^n$ (3) $15000 \cdot 1,03^5$ (4) $K_5 = 17389,11 \text{ €}$

- 2 a) $q = 1,02$; $q^4 \approx 1,082$ b) $q = 1,03$; $q^6 \approx 1,194$
 c) $q = 1,025$; $q^3 \approx 1,077$

- 3 a) (1) $K_6 = 5000 \cdot 1,0325^6$ b) (1) $K_2 = 2000 \cdot 1,0275^2$
 (2) $K_6 = 6057,74 \text{ €}$ (2) $K_2 = 2111,51 \text{ €}$
 c) (1) $K_8 = 8000 \cdot 1,025^8$
 (2) $K_8 = 9747,22 \text{ €}$

- 4 (2) $K_n = K_0 \cdot q^n \quad | : q^n; \quad K_0 = K_n : q^n$
 (3) $K_0 = 10000 \text{ €} : 1,025^5$ (4) $K_0 = 8838,54 \text{ €}$

5 a)

n	10	11	12	13	14	15
q ⁿ	1,708	1,802	1,901	2,006	2,116	2,232

b) n = 13

1.1 a) K₃ = 2091,36 €; K₅ = 2154,57 €; K₁₀ = 2321,08 €
 b) K₂ = 5253,13 €; K₆ = 5798,47 €; K₈ = 6092,01 €

2.1 a) q = 1,03; q⁴ ≈ 1,126 b) q = 1,025; q³ ≈ 1,077
 c) q = 1,035; q⁶ ≈ 1,229 d) q = 1,0175; q⁵ ≈ 1,0906

3.1 a) K₈ = 14 620,84 € b) K₅ = 8516,57 €
 c) K₄ = 9566,82 €

3.2 a) K₆ = 2985,13 € b) K₆ ≈ 1,194 · K₀

3.3 a) K₁ = 5212,50 €; K₂ = 5434,03 €; K₃ = 5664,98 €;
 K₄ = 5905,74 €; K₅ = 6156,73 €; K₆ = 6418,39 €; K₇ = 6691,18 €;
 K₈ = 6975,55 €; K₉ = 7272,01 €; K₁₀ = 7581,07 €
 b) Nach ca. 17 Jahren hat sich das Kapital verdoppelt.

4.1 a) K₀ = 6838,43 € b) K₀ = 10 633,78 €

5.1 Nach ca. 19 Jahren hat sich das Kapital verdoppelt.

Kompetenz-Test Wachstumsprozesse, Seite 77

<p>1 (1) c = 525,00 €; a = 75 €; n = 6 (2) a_n = c + a · n (3) a₆ = 525 + 6 · 75 (4) a₆ = 975,00 €</p>	<p>(1) c = 3251,50 €; a = 123,50 €; n = 10 (2) a_n = c + a · n (3) a₁₀ = 3251,50 + 10 · 123,50 (4) a₁₀ = 4486,50 €</p>	<p>(1) c = 3,10 €; a = 1,50 €; n = 4,5 (2) a_n = c + a · n (3) a_{4,5} = 3,10 + 4,5 · 1,5 (4) a_{4,5} = 9,85 €</p>
<p>2 (1) c = 370,00 €; a = 1,015; n = 5 (2) a_n = c · aⁿ (3) a₅ = 370 · 1,015⁵ (4) a₅ = 398,60 €</p>	<p>(1) c = 51528 Einw.; a = 0,993; n = 10 (2) a_n = c · aⁿ (3) a₁₀ = 51528 · 0,993¹⁰ (4) a₁₀ ≈ 48 033 Einw.</p>	<p>(1) c = 1033 400 000 Einw.; a = 1,0151; n = 10 bzw. 20 (2) a_n = c · aⁿ Jahr 2020: (3) a₁₀ = 1033 400 000 · 1,0151¹⁰ (4) a₁₀ = 1200 485 000 Einw. Jahr 2030: (3) a₂₀ = 1033 400 000 · 1,0151²⁰ (4) a₂₀ = 1394 585 100 Einw.</p>
<p>3 (1) K₀ = 5000 €; p = 3,0%; q = 1,03; n = 5 (2) K_n = K₀ · qⁿ (3) K₅ = 5000 · 1,03⁵ (4) K₅ = 5796,37 €</p>	<p>(1) K₀ = 75 000 €; p = 1,5%; q = 1,015; n = 3 (2) K_n = K₀ · qⁿ (3) K₃ = 75 000 · 1,015³ (4) K₃ = 78 425,88 €</p>	<p>(1) K₁₀ = 10 000 €; q = 1,025; n = 10 (2) K₀ = K_n : qⁿ (3) 10 000 : 1,025¹⁰ (4) K₀ = 7811,98 €</p>

10 Sachthemen

Ökologischen Wert von Bäumen bestimmen, Seite 78

- 1 a) (1) $V_a = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d_a^3$
 (2) $V_a = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot (12\text{m})^3$
 $V_a \approx 900\text{m}^3$
 c) (1) $V_a = a \cdot V_j \quad | : V_j$
 $a = \frac{V_a}{V_j}$
 (2) $a = \frac{900\text{m}^3}{4\text{m}^3} \approx 230$
 2 a) (1) $V = r^2 \cdot \pi \cdot k$
 (2) $V = (0,3\text{m})^2 \cdot \pi \cdot 8\text{m}$
 $V \approx 2,3\text{m}^3$
 c) Der ökologische Wert in Euro ist ungefähr das 130-Fache des Holzwertes.

3

	Baumkronenvolumen	Anzahl der Blätter	Sauerstoff-erzeugung je Stunde	deckt den Sauerstoffbedarf von
alte Buche (d _a = 12 m)	≈ 900 m ³	≈ 400 000	≈ 850 g	≈ 5 Menschen
50 junge Buchen (d _j = 2 m)	≈ 200 m ³	≈ 90 000	≈ 200 g	≈ 1 Mensch

Energiesparlampen verwenden, Seite 79

- 1 a) 15 · 11 W + 12 · 20 W = 405 W = 0,405 kW
 b) 0,405 kW · 2 h · 365 = 295,65 kWh
 c) 295,65 kWh · 0,28 € = 82,78 €
 d) 15 · 6,50 € + 12 · 12,00 € = 241,50 €
 e) 8000 h : 2 h pro Tag = 4000 Tage; 4000 h : 365 ≈ 11 Jahre
 f) 82,78 € · 11 = 910,58 €
 g) 241,50 € + 910,58 € = 1152,08 €
 2 a) 15 · 60 W + 12 · 100 W = 2100 W = 2,1 kW
 b) 2,1 kW · 2 h · 365 = 1533 kWh
 c) 1533 · 0,28 € = 429,24 €
 d) 15 · 0,90 € + 12 · 1,00 € = 25,50 €
 e) 25,50 € · 8 = 204,00 €
 f) 11 · 429,24 € = 4721,64 €
 g) 204,00 € + 4721,64 € = 4925,64 €
 3 a) 4925,64 € - 1152,08 € = 3773,56 €
 Einsparungen nach 11 Jahren 3773,56 €
 b) 3773,56 € : 11 = 343,05 €
 Einsparung pro Jahr 343,05 €